

数列（一）

1. 数列的有关概念

概念	含义
数列	按照 <u>一定顺序</u> 排列的一列数
数列的项	数列中的 <u>每一个数</u>
数列的通项	数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n
通项公式	数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与 n 之间的关系能用公式 <u>$a_n = f(n)$</u> 表示，这个公式叫做数列的通项公式
前 n 项和	数列 $\{a_n\}$ 中， $S_n = \underline{a_1} + \underline{a_2} + \dots + \underline{a_n}$ 叫做数列的前 n 项和

2. 数列的表示方法

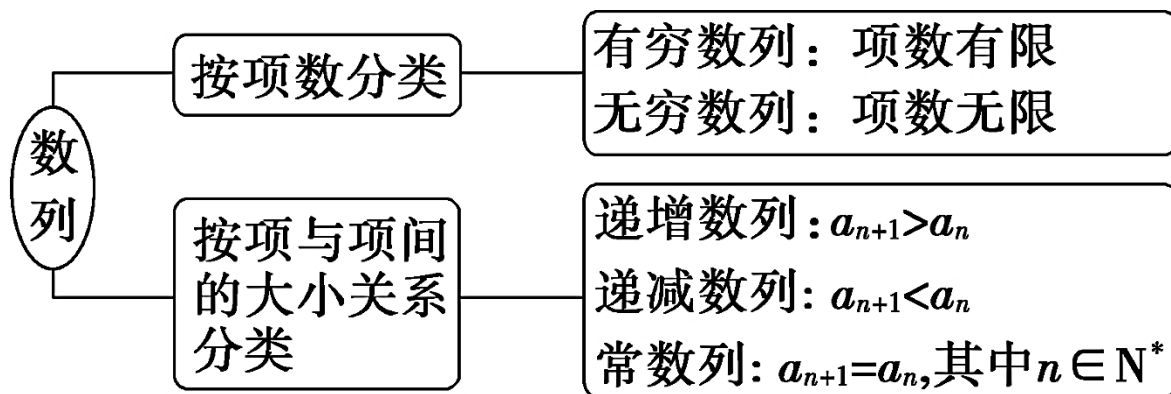
列表法		列表格表示n与a_n的对应关系
图象法		把点(n, a_n)画在平面直角坐标系中
公式法	通项公式	把数列的通项使用公式表示的方法
	递推公式	使用初始值a_1和$a_{n+1} = f(a_n)$或a_1, a_2和$a_{n+1} = f(a_n, a_{n-1})$等表示数列的方法

3. a_n 与 S_n 的关系

若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

$$\text{则 } a_n = \begin{cases} S_1, & n=1, \\ S_n - S_{n-1}, & n \geq 2. \end{cases}$$

4. 数列的分类



考点一 由数列的前 n 项求数列的通项公式

1. 已知 $n \in \mathbb{N}^*$, 给出 4 个表达式:

$$\textcircled{1} a_n = \begin{cases} 0, & n \text{ 为奇数,} \\ 1, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2},$$

$$\textcircled{3} a_n = \frac{1 + \cos n\pi}{2},$$

$$\textcircled{4} a_n = \left| \sin \frac{n\pi}{2} \right|.$$

其中能作为数列: $0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$ 的通项公式的是 (**A**)

A . $\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}$

B . $\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{4}$

C . $\textcircled{2}\textcircled{3}\textcircled{4}$

D . $\textcircled{1}\textcircled{3}\textcircled{4}$

解析: 检验知 $\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}$ 都是所给数列的通项公式.

2. 根据数列的前几项, 写出各数列的一个通项公式:

(1) $4, 6, 8, 10, \dots$;

(2) $-\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, -\frac{1}{3 \times 4}, \frac{1}{4 \times 5}, \dots$;

(3) a, b, a, b, a, b, \dots (其中 a, b 为实数);

(4) $9, 99, 999, 9\,999, \dots$

解析:

(1) 各数都是偶数, 且最小为4, 所以它的一个通项公式 $a_n = 2(n+1), n \in \mathbb{N}^*$.

(2) 这个数列的前4项的绝对值都等于序号与序号加1的积的倒数, 且奇数项为负, 偶数项为正, 所以它的

一个通项公式 $a_n = (-1)^n \times \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}^*$.

(3) 这是一个摆动数列, 奇数项是 a , 偶数项是 b , 所以此数列的一个通项公式 $a_n = \begin{cases} a, & n \text{ 为奇数,} \\ b, & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$

(4) 这个数列的前4项可以写成 $10 - 1, 100 - 1, 1\,000 - 1, 10\,000 - 1$, 所以它的一个通项公式

$a_n = 10^n - 1, n \in \mathbb{N}^*$.

由数列的前几项求数列通项公式的策略

(1)根据所给数列的前几项求其通项公式时，需仔细观察分析，抓住以下几方面的特征，并对此进行归纳、联想，具体如下：

- ①分式中分子、分母的特征；
- ②相邻项的变化特征；
- ③拆项后的特征；
- ④各项符号特征等。

(2)根据数列的前几项写出数列的一个通项公式是利用不完全归纳法，它蕴含着“从特殊到一般”的思想，由不完全归纳得出的结果是不可靠的，要注意代值检验，对于正负符号变化，可用 $(-1)^n$ 或 $(-1)^{n+1}$ 来调整。

本 讲 结 束

谢 谢 观 看