高二数学第一周课时A

同学们好，本周课程，对应教材 选择性必修第二册，第五章 一元函数的导数及其应用；

5.1 导数的概念及其意义；

5.2 导数的运算

本周课程分为五部分：

第一部分：5.1.1 变化率问题；

第二部分：5.1.2 导数的概念及其几何意义；

第三部分：5.2 导数的运算；

第四部分：曲线的切线（一）；

第五部分：曲线的切线（二）；

5.1.1 变化率问题

一、瞬时速度

1、平均速度：设物体的运动规律是$s=s(t)$，则物体在t_0 到$t_0+\Delta t$ 这段时间内的平均速度为

$$\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$$

2、瞬时速度

(1)物体在某一时刻的速度称为瞬时速度。

(2)一般地，当Δt 无限趋近于0 时，$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 无限趋于某个常数v，我们就说当Δt 趋近于0 时，$\frac{\Delta s}{\Delta t}$ 的极限是v，这时v就是物体在$t=t_0$ 时的瞬时速度，即瞬时速度$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{s(t_0+\Delta t)-s(t_0)}{\Delta t}$

二、抛物线切线的斜率

1、抛物线割线的斜率：设二次函数$y=f(x)$，则抛物线上过点$P_0(x_0,f(x_0)),P(x_0+\Delta x,f(x_0+\Delta x))$的割线的斜率为$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

2、抛物线切线的斜率：一般地，在二次函数$y=f(x)$ 中,当 Δx 无限趋近于 0 时，

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 无限趋于某个常数 k ，我们就说当 Δx 趋近于 0 时，

$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$的极限是 k ，这时 k 就是抛物线在点 $P_0(x_0,f(x_0))$ 处切线的斜率，即切线的

斜率 $k=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

例1、判断正误

1、Δx 趋近于0，表示$\Delta x=0$。（　　）

Δx 趋近于0，即Δx 无限小，但不等于0，否则$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ 无意义。错误。

2、瞬时速度是刻画某函数值在区间$[x_1,x_2]$上变化快慢的物理量。（　　）

函数值在区间$[x_1,x_2]$上变化快慢的物理量是平均变化率，不是瞬时速度。错误。

3、平均速度与瞬时速度有可能相等。（　　）

位移与时间的关系为常数函数或一次函数时，平均速度与瞬时速度相等。正确。

4、若直线与抛物线相切，则直线与抛物线只有一个公共点。（　　）

直线与抛物线相切时，直线与抛物线的公共点是唯一的。正确。

5、抛物线是$y=x^2+1$在点$P(2\ ,5)$处的切线与y轴交点的纵坐标是-3。（　　）

$\because$ 切线的斜率为$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{(2+\Delta x)^2+1-(2^2+1)}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(4+\Delta x)=4$

$\therefore$ 抛物线$y=x^2+1$在点$P(2\ ,5)$处的切线方程为$y-5=4(x-2)$，即$y=4x-3$

$\therefore$ 切线与y轴交点的纵坐标是-3。正确。

三、求抛物线的割线、切线的斜率

1、求二次函数$y=f(x)$ 的图象过点$P(x_1,f(x_1)),Q(x_2,f(x_2))$ 的割线方程的步骤：

(1)求割线的斜率：$k=\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ ；

(2)利用点斜式求出割线方程。

2、求二次函数$y=f(x)$ 的图象在点$P_0(x_0,f(x_0))$ 处的切线方程的步骤：

(1)求切线的斜率$k=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

(2)利用点斜式求出切线的方程。

例2、已知抛物线$y=f(x)=2x^2+1$

(1)求抛物线在点$P(1,3)$ 处的切线方程； (2) 若抛物线在某点处的切线的倾斜角为45° ，求该切点的坐标。

思路点拨：由“差、商、极限” 求出抛物线在P 点处切线的斜率，
再由直线的点斜式方程求出切线的方程。未知切点时可先设后求。

解析(1) $\because \Delta y=2(1+\Delta x)^2+1-3=4\Delta x+2(\Delta x)^2$ $\quad\therefore \dfrac{\Delta y}{\Delta x}=4+2\Delta x$

$\therefore$ 切线的斜率为 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=4$ $\quad\therefore$ 切线的方程为$y-3=4(x-1)$ ，即$4x-y-1=0$

解析(2)设切点坐标为(x_0,y_0) ，则$\Delta y=2(x_0+\Delta x)^2+1-(2x_0{}^2+1)=4x_0\cdot\Delta x+2(\Delta x)^2$

则$\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=4x_0+2\Delta x$ $\quad\therefore$ 切线的斜率为 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=4x_0$

又切线的斜率为$k=\tan 45^\circ=1$ $\quad\therefore 4x_0=1$, 即$x_0=\dfrac{1}{4}$

$\therefore y_0=2(\dfrac{1}{4})^2+1=\dfrac{9}{8}$ $\quad\therefore$ 切点坐标为$(\dfrac{1}{4},\dfrac{9}{8})$

解决切线问题，应当从切点入手，在切点处当Δx 无限趋近于0 时，割线的斜率就是切线的斜率，因此先求出函数值之差，进而求出割线的斜率，再将Δx 无限趋近于0 得到切线的斜率，最后得到切线方程。

聚名培训学校
JUMING EDUCATION

本 讲 结 束

谢 谢 观 看