

## 一、本章的三个公式

本章公式并不多，万有引力公式、开普勒的第三定律，还有就是在圆周运动中的向心力公式。

1. 万有引力公式， $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ， $G$ 为引力常量， $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ 。

公式适用于质点或质量均匀分布的正球体，一般情况下，星球可近似视为质量均匀的正球体。研究正球体时， $r$ 为球心距离。万有引力的从研究太阳与行星间的引力到月地检验然后由卡文迪许测出 $G$ ，最后根据万有引力定律发现了新的行星。

例1. 若想检验“使月球绕地球运动的力”与“使苹果落地的力”遵循同样的规律，在已知月地距离约为地球半径60倍的情况下，需要验证（ **B** ）

- A. 地球吸引月球的力约为地球吸引苹果的力的 $1/60^2$
- B. 月球公转的加速度约为苹果落向地面加速度的 $1/60^2$
- C. 自由落体在月球表面的加速度约为地球表面的 $1/6$
- D. 苹果在月球表面受到的引力约为在地球表面的 $1/60$

## 一、本章的三个公式

1. 万有引力公式,  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ ,  $G$ 为引力常量,  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ .

对月球的了解, 月地之间的距离约为 $3.84 \times 10^8 \text{ m}$ , 月球绕地球公转的周期约为27.3天, 月球的质量约为地球质量的1/81, (地球质量约为 $6.0 \times 10^{24} \text{ kg}$ ), 月球表面的重力加速度约为地球表面重力加速度的1/6, C选项虽然正确, 但与本题叙述无关。

练习：我国探月的“嫦娥工程”已启动，在不久的将来，我国宇航员将登上月球。假如宇航员在月球上测得摆长为 $L$ 的单摆做小振幅振动的周期为 $T$ ，将月球视为密度均匀、半径为 $r$ 的球体，则月球的密度为

( **B** )

A.  $\frac{\pi L}{3GrT^2}$

B.  $\frac{3\pi L}{GrT^2}$

C.  $\frac{16\pi L}{3GrT^2}$

D.  $\frac{3\pi L}{16GrT^2}$

## 一、本章的三个公式

### 2. 开普勒第三定律, $\frac{a^3}{T^2} = k$

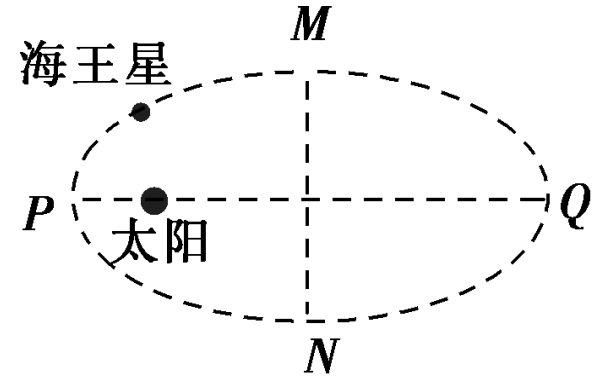
在椭圆问题中一定会用到这个公式, 当椭圆近似按正圆处理时, 半长轴变为半径。k是由被绕转的中心天体质量决定的。太阳系中的8颗大行星绕太阳公转, 半长轴和公转周期各不相同, k值相同, 月球和人造地球卫星绕地球公转, 其k'值相同, 但k和k'并不相同。

在椭圆运动中, 星球运动不是匀速圆周运动。万有引力不充当向心力。借助开普勒第二定律可知, 近日点速率大, 远日点速率小。

例2. 如图, 海王星绕太阳沿椭圆轨道运动,  $P$ 为近日点,  $Q$ 为远日点,  $M$ 、 $N$ 为轨道短轴的两个端点, 运行的周期为  $T_0$ , 若只考虑海王星和太阳之间的相互作用, 则海王星在从  $P$ 经  $M$ 、 $Q$ 到  $N$ 的运动过程中

( **CD** )

- A. 从  $P$ 到  $M$ 所用的时间等于  $\frac{T_0}{4}$
- B. 从  $Q$ 到  $M$ 阶段, 机械能逐渐变大
- C. 从  $P$ 到  $Q$ 阶段, 速率逐渐变小
- D. 从  $M$ 到  $N$ 阶段, 万有引力对它先做负功后做正功



## 二、万有引力的应用

### 1、万有引力与重力

我们研究在赤道处万有引力与重力的关系。赤道处“静止”的物体，在万有引力和支持力的作用下并非静止，而是随地球的自转做匀速圆周运动。 $G\frac{Mm}{R^2} - N = ma_n$ ， $R$ 为地球半径， $N$ 为地面对物体的支持力。由物体平衡可知 $N = mg$ ，所以 $G\frac{Mm}{R^2} = mg + m\omega^2 R$ ，赤道处的向心加速度通过计算可知 $a_n = 0.034\text{m/s}^2$ ， $g$ 远大于 $a_n$ ，所以，在自转很慢或者不自转的星球上，万有引力大小近似等于重力大小，推出“黄金代换” $\frac{GMm}{R^2} = mg$ ，星球上空距离星体中心 $r = R + h$ 处的重力加速度为 $g'$ ，

$$mg' = \frac{GmM}{(R+h)^2}, \text{ 得 } g' = \frac{GM}{(R+h)^2}. \text{ 所以 } \frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2}.$$

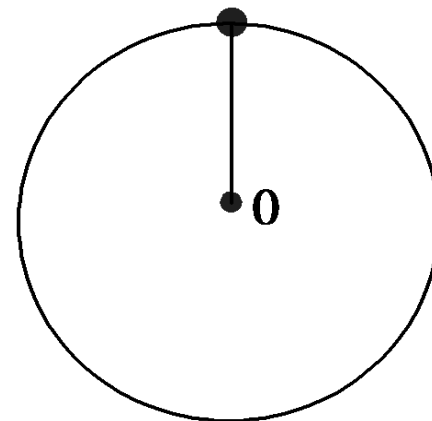
例3. 据报道, 科学家们在距离地球20万光年外发现了首颗系外“宜居”行星. 假设该行星质量约为地球质量的6.4倍, 半径约为地球半径的2倍. 那么, 一个在地球表面能举起64 kg物体的人, 在这个行星表面能举起的物体的质量约为(地球表面重力加速度 $g$ 取 $10 \text{ m/s}^2$ ) ( **A** )

- A. 40 kg
- B. 50 kg
- C. 60 kg
- D. 30 kg



练习：如图所示，在某星球表面轻绳约束下的质量为  $m$  的小球在竖直平面内做圆周运动，小球在最低点与最高点所受轻绳的拉力之差为  $\Delta F$ ，假设星球是均匀球体，其半径为  $R$ ，已知万有引力常量为  $G$ ，不计一切阻力。

- (1) 求星球表面重力加速度； (1)  $\frac{\Delta F}{6m}$   
 (2) 求该星球的密度； (2)  $\frac{\Delta F}{8m\pi GR}$



## 二、万有引力的应用

### 2、人造卫星

由万有引力充当向心力，向心力的表达形式有多种：

$$F_n = ma_n = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = mv\omega = m\frac{4\pi^2}{T^2} r = \frac{2E_K}{r}$$

两颗卫星绕地球运行的周期之比为27:1，则它们的角速度之比为 1: 27，轨道半径之比为 9: 1。

双星：

各自所需的向心力由彼此间的万有引力提供，即  $\frac{Gm_1 m_2}{L^2} = m_1 \omega_1^2 r_1$ ， $\frac{Gm_1 m_2}{L^2} = m_2 \omega_2^2 r_2$ 。

两颗星的周期及角速度都相同，即  $T_1 = T_2$ ， $\omega_1 = \omega_2$ 。

两颗星的半径与它们之间的距离关系为  $r_1 + r_2 = L$ 。

两颗星到圆心的距离  $r_1$ 、 $r_2$  与星体质量成反比，即  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1}$ 。

2017年，人类第一次直接探测到来自双中子星合并的引力波。根据科学家们复原的过程，在两颗中子星合并前约100 s时，它们相距约400 km，绕二者连线上的某点每秒转动12圈，将两颗中子星都看作是质量均匀分布的球体，由这些数据、万有引力常量并利用牛顿力学知识，可以估算出这一时刻两颗中子星（ **BC** ）

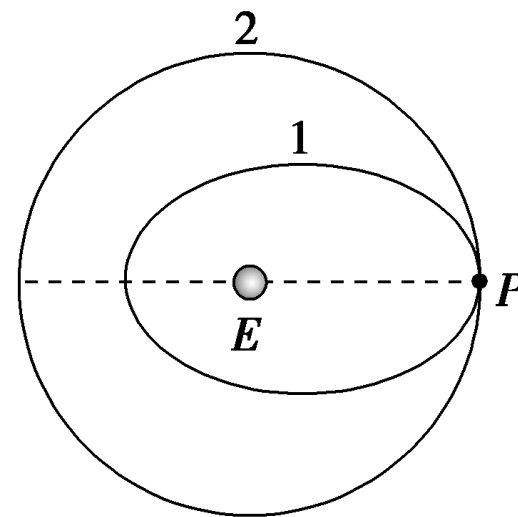
- A. 质量之积
- B. 质量之和
- C. 速率之和
- D. 各自的自转角速度

## 二、万有引力的应用

### 3、轨道切换

如图所示，一颗人造卫星原来在椭圆轨道1绕地球 $E$ 运行，在 $P$ 点变轨后进入轨道2做匀速圆周运动。下列说法正确的是（ **B** ）

- A. 不论在轨道1还是轨道2运行，卫星在 $P$ 点的速度都相同
- B. 不论在轨道1还是轨道2运行，卫星在 $P$ 点的加速度都相同
- C. 卫星在轨道1的任何位置都具有相同加速度
- D. 卫星在轨道2的任何位置都具有相同动量



在轨道变换过程中往往伴随火箭点火做功，所以卫星本身的机械能往往不守恒。

## 二、万有引力的应用

### 4、引力势能

引力势能的概念，教材没有明确说明。在地球表面附近我们常说“重力势能”，但随着高度的不断升高，“重力”不是定值了，所以若还使用 $mgh$ 显然就不对了。万有引力势能可以写为  $E_p = -\frac{GMm}{r}$ ，我们利用万有引力势能来证明第二宇宙速度。

**练习:**

1. 研究表明, 地球自转在逐渐变慢, 3亿年前地球自转的周期约为22小时, 假设这种趋势会持续下去, 地球的其他条件都不变, 未来人类发射的地球同步卫星与现在的相比 ( **A** )

- A. 距地面的高度变大
- B. 向心加速度变大
- C. 线速度变大
- D. 角速度变大

练习:

2. “嫦娥一号”和“嫦娥二号”卫星相继完成了对月球的环月飞行，标志着我国探月工程的第一阶段已经完成。设“嫦娥二号”卫星环绕月球的运动为匀速圆周运动，它距月球表面的高度为h，已知月球的

质量为M、半径为R，引力常量为G，则卫星绕月球运动的向心加速度 $a = \frac{GM}{(R+h)^2}$ ;

线速度 $v = \sqrt{\frac{GM}{r+h}}$ .



练习:

3. 一人造地球卫星绕地球做匀速圆周运动, 假如该卫星变轨后做匀速圆周运动, 动能减小为原来的  $\frac{1}{4}$ , 不考虑卫星质量的变化, 则变轨前后卫星的 ( C )
- A. 向心加速度大小之比为4:1
  - B. 角速度大小之比为2:1
  - C. 周期之比为1:8
  - D. 轨道半径之比为1:2

练习:

4. 质量为  $m$  的探月航天器在接近月球表面的轨道上飞行, 其运动视为匀速圆周运动。已知月球质量为  $M$ , 月球半径为  $R$ , 月球表面重力加速度为  $g$ , 引力常量为  $G$ , 不考虑月球自转的影响, 则航天器的

( AC )

A. 线速度  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

B. 角速度  $\omega = \sqrt{gR}$

C. 运行周期  $T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$

D. 向心加速度  $a = \frac{Gm}{R^2}$

练习:

5. 我国即将发射“天宫二号”空间实验室，之后发生“神舟十一号”飞船与“天宫二号”对接。假设“天宫二号”与“神舟十一号”都围绕地球做匀速圆周运动，为了实现飞船与空间实验室的对接，下列措施可行的是（ C ）

A、使飞船与空间实验室在同一轨道上运行，然后飞船加速追上空间实验室实现对接。

B、使飞船与空间实验室在同一轨道上运行，然后空间实验室减速等待飞船实现对接。

C、飞船先在比空间实验室半径小的轨道上加速，加速后飞船逐渐靠近空间实验室，两者速度接近时实现对接

D、飞船先在比空间实验室半径小的轨道上减速，减速后飞船逐渐靠近空间实验室，两者速度接近时实现对接



练习:

6. 我国自主研制的首艘货运飞船“天舟一号”发射升空后，与已经在轨运行的“天宫二号”成功对接形成组合体。假设组合体在距地面高为  $h$  的圆形轨道上绕地球做匀速圆周运动，已知地球的半径为  $R$ ，地球

表面处重力加速度为  $g$ ，且不考虑地球自转的影响。则组合体运动的线速度大小为  $R\sqrt{\frac{g}{R+h}}$ ，向

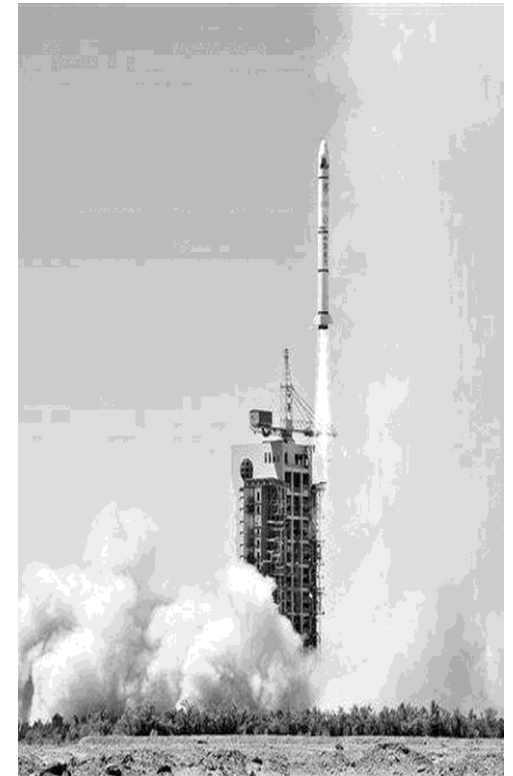
心加速度大小为  $\frac{R^2}{(R+h)^2}g$ 。



练习:

7. 2018年2月2日, 我国成功将电磁监测试验卫星“张衡一号”发射升空, 标志我国成为世界上少数拥有在轨运行高精度地球物理场探测卫星的国家之一. 通过观测可以得到卫星绕地球运动的周期, 并已知地球的半径和地球表面的重力加速度. 若将卫星绕地球的运动看作是匀速圆周运动, 且不考虑地球自转的影响, 根据以上数据可以计算出卫星的 ( CD )

- A. 密度
- B. 向心力的大小
- C. 离地高度
- D. 线速度的大小



练习:

8. 习近平主席在2018年新年贺词中提到, 科技创新、重大工程建设捷报频传, “慧眼”卫星遨游太空. “慧眼”于2017年6月15日在酒泉卫星发射中心成功发射, 在10月16日的观测中, 确定了 $\gamma$ 射线的流量上限. 已知“慧眼”卫星绕地球做匀速圆周运动, 其轨道半径为 $r$ , 运动周期为 $T$ , 地球半径为 $R$ , 引力常量为 $G$ , 则下列说法正确的是 ( **A** )

A. “慧眼”卫星的向心加速度大小为  $\frac{4\pi^2 r}{T^2}$

B. 地球的质量大小为  $\frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$

C. 地球表面的重力加速度大小为  $\frac{4\pi^2 R}{T^2}$

D. 地球的平均密度大小为  $\frac{3\pi}{GT^2}$

**本 讲 结 束**

**谢 谢 观 看**